**第39讲 “牛吃草”问题**

**一、知识要点**

牛吃草问题是牛顿问题，因牛顿提出而得名的。“一堆草可供10头牛吃3天，供6头牛吃几天？”这题很简单，用3×10÷6=5（天），如果把“一堆草”换成“一片正在生长的草地”，问题就不那么简单了。因为草每天走在生长，草的数量在不断变化。这类工作总量不固定（均匀变化）的问题就是“牛吃草”问题。

解答这类题的关键是要想办法从变化中找到不变的量。牧场上原有的草是不变的，新长出的草虽然在变化，因为是匀速生长，所以每天新长出的草是不变的。正确计算草地上原有的草及每天长出的草，问题就容易解决了。

**二、精讲精练**

**【例题1】**一片青草地，每天都匀速长出青草，这片青草可供27头牛吃6周或23头牛吃9周，那么这片草地可供21头牛吃几周？

这片草地上的草的数量每天都在变化，解题的关键应找到不变量——即原来的草的数量。因为总草量可以分成两部分：原有的草与新长出的草。新长出的草虽然在变，但应注意到是匀速生长，因而这片草地每天新长出的草的数量也是不变的。

假设1头牛一周吃的草的数量为1份，那么27头牛6周需要吃27×6=162（份），此时新草与原有的草均被吃完；23头牛9周需吃23×9=207（份），此时新草与原有的草也均被吃完。而162份是原有的草的数量与6周新长出的草的数量的总和；207份是原有的草的数量与9周新长出的草的数量的总和，因此每周新长出的草的份数为：（207-162）÷（9-6）=15（份），所以，原有草的数量为：162-15×6=72（份）。这片草地每周新长草15份相当于可安排15头牛专吃新长出来的草，于是这片草地可供21 头牛吃72÷（21-15）＝12（周）

**练习1**

1、一片草地，每天都匀速长出青草，如果可供24头牛吃6天，20头牛吃10天，那么可供19头牛吃几天？

2、牧场上一片草地，每天牧草都匀速生长，这片牧草可供10头牛吃20天，或者可供15头牛吃10天，问可供25头牛吃几天？

3、牧场上的青草每天都在匀速生长，这片青草可供27头牛吃6周或23头牛吃9周，那么这片草地可供21头牛吃几周？

**【例题2】**由于天气逐渐冷起来，牧场上的草不仅不长大，反而以固定速度在减少。已知某块草地上的草可供20头牛吃5天或可供15头牛吃6天。照此计算，可供多少头牛吃10天？

与例1不同的是，不仅没有新长出的草，而且原有的草还在减少，但是，我们同样可以利用与例1类似的方法求出每天减少的草和原来的草的总量。

设1头牛1天吃的草为1份，20头牛5天吃100份，15头牛6天吃90份，100-90=10（份），说明寒冷的天气使牧场1天减少青草10份，也就是寒冷导致的每天减少的草量相当于10头牛在吃草。由“草地上的草可供20头牛吃5天”，再加上寒冷导致的每天减少的草量相当于10头牛同时在吃草，所以原有草两有（20+10）×5=150（份），由150÷10=15知道，牧场原有的草可供15头牛吃10天。由寒冷导致的原因占去10头牛吃的草，所以可供5头牛吃10天。

**练习2：**

1、由于天气逐渐冷起来，牧场上的草每天以均匀的速度在减少。经计算，牧场上的草可供20头牛吃5天或可供16头牛吃6天。那么，可供11头牛吃几天？

2、由于天气逐渐冷起来，牧场上的草以固定速度在减少。已知牧场上的草可供33头牛吃5天或可供24头牛吃6天。照此计算，这个牧场可供多少头牛吃10天？

3、经测算，地球上的资源可供100亿人生活100年，或可供80亿人生活300年。假设地球新生成的资源增长速度是一样的，那么，为满足人类不断发展的需要，地球最多能养活多少亿人？

**【例题3】**自动扶梯以均匀速度由下往上行驶着，两位性急的孩子要从扶梯上楼。已知男孩每分钟走20级台阶，女孩每分钟走15级台阶，结果男孩用5分钟到达楼上，女孩用了6分钟到达楼上。问：该扶梯共有多少级台阶？

与前两个题比较，“总的草量”变成了“扶梯的台阶总数”，“草”变成了“台阶”，“牛”变成了“速度”，也可以看成是牛吃草问题。

上楼的速度可以分为两部分：一部分是男、女孩自己的速度，另一部分是自动扶梯的速度。男孩5分钟走了20×5=100（级），女孩6分钟走了15×6=90（级），女孩比男孩少走了100—90=10（级），多用了6—5=1（分钟），说明电梯1分钟走10级。因男孩5分钟到达楼上，他上楼的速度是自己的速度与扶梯的速度之和。所以，扶梯共有（20+10）×5=150（级）

**练习3：**

1、自动扶梯以均匀速度行驶着，渺小明和小红从扶梯上楼。已知小明每分钟走25级台阶，小红每分钟走20级台阶，结果小明用5分钟，小红用了6分钟分别到达楼上。该扶梯共有多少级台阶？

2、两个顽皮的孩子逆着自动扶梯的方向行走。在20秒钟里，男孩可走27级台阶，女孩可走24级台阶，男孩走了2分钟到达另一端，女孩走了3分钟到达另一端，该扶梯共有多少级台阶？

3、两只蜗牛由于耐不住阳光的照射，从井顶逃向井底。白天往下爬，两只蜗牛白天爬行的速度是不同的。一只每天白天爬20分米，另一只爬15分米。黑夜里往下滑，两只蜗牛滑行的速度却是相同的。结果一只蜗牛恰好用了5个昼夜到达井底，另一只蜗牛恰好用了6个昼夜到达井底。那么，井深多少米？

**【例题4】**一只船有一个漏洞，水以均匀的速度进入船内，发现漏洞时已经进了一些水。如果用12人舀水，3小时舀完。如果只有5个人舀水，要10小时才能舀完。现在要想2小时舀完，需要多少人？

已漏进的水，加上3小时漏进的水，每小时需要（12×3）人舀完，也就是36人用1小时才能舀完。已漏进的水，加上10小时漏进的水，每小时需要（5×10）人舀完，也就是50人用1小时才能舀完。通过比较，我们可以得出1小时内漏进的水及船中已漏进的水。

1小时漏进的水，2个人用1小时能舀完：

（5×10—12×3）÷（10—3）=2

已漏进的水：（12—2）×3=30

已漏进的水加上2小时漏进的水，需34人1小时完成：

30+2×2=34

用2小时来舀完这些水需要17人：34÷2=17（人）

**练习4：**

1、有一水池，池底有泉水不断涌出。用10部抽水机20小时可以把水抽干，用15部相同的抽水机10小时可以把水抽干。那么用25部这样的抽水机多少小时可以把水抽干？

2、有一个长方形的水箱，上面有一个注水孔，底面有一个出水孔，两孔同时打开后，如果每小时注水30立方分米，7小时可以注满水箱；如果每小时注水45立方分米，注满水箱可少用2.5小时。那么每小时由底面小孔排出多少立方分米的水（设每小时排水量相同）？

3、有一水井，连续不段涌出泉水，每分钟涌出的水量相等。如果用3台抽水机来抽水，36分钟可以抽完；如果使用5台抽水机，20分钟抽完。现在12分钟内要抽完井水，需要抽水机多少台？

**【例题5】**有三块草地，面积分别为5，6，和8公顷。草地上的草一样厚，而且长得一样快。第一块草荐地可供11头牛吃10天，第二块草地可供12头牛吃14天。问第三块草地可供19头牛吃多少天？

前几天我们接触的是在同一块草地上，同一个水池中，现在是三块面积不同的草地。为了解决这个问题，只需将三块草地的面积统一起来。即[5，6，8]=120

这样，第一块5公顷可供11头牛吃10天，120÷5=24，变为120公顷草地可供11×24=264（头）牛吃10天

第二块6公顷可供12头牛吃14天，120÷6=20，变为120公顷草地可供12×20=240（头）牛吃14天。

120÷8=15。问题变成：120公顷草地可供19×15=285（头）牛吃几天？

因为草地面积相同，可忽略具体公顷数，原题可变为：

一块草地匀速生长，可供264头牛吃10天或供240头牛吃14天，那么可供285头牛齿及天？即

每天新长出的草：（240×14—264×10）÷（14—10）=180（份）

草地原有草：（264—180）×10=840（份）

可供285头牛吃的时间：840÷（285—180）=8（天）

答：第三块草地可供19头牛吃8天。

**练习5：**

1、某车站在检票前若干分钟就开始排队，每分钟来的旅客人数一样多。从开始检票到等候检票的队伍消失，同时开4个检票口需30分钟，同时开5个检票口需20分钟。如果同时打开7个检票口，那么需多少分钟？

2、快、中、慢三车同时从A地出发，追赶一辆正在行驶的自行车，三车的速度分别是嵋小时24千米、20千米、19千米。快车追上自行车用了6小时，中车追上自行车用了10小时，慢车追上自行车用多少小时？

3、一个牧场上的青草每天都匀速生长。这片青草可供17头牛吃30天，或供19头牛吃24天。现有一群牛吃了6天后卖掉4头，余下的牛又吃了2天将草吃完。这群牛原来有多少头？